☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM Novembre 2023 - Probabilités (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit X une variable aléatoire telle que $P(X = -1) = 1/3, P(X = 1) = 1/3, P(X = 2) = 1/3$. Que vaut la variance de X ?

☐ $\frac{5}{3}$ ☐ $-\frac{4}{3}$ ☐ $-\frac{7}{4}$ ☐ $-\frac{5}{3}$ ☐ $\frac{14}{9}$

2 Deux enfants font l'un contre l'autre 4 manches de pierre-papier-ciseau (chifoumi). Celui qui perdra devra débarrasser la table. Le premier joueur joue à chaque manche au hasard parmi les trois possibilités (pierre, papier ou ciseau). Quelle est la probabilité qu'il joue "ciseau" deux fois exactement au cours des 4 manches ?

☐ $\frac{2}{27}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{8}{27}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$

3 Soit X une variable aléatoire uniforme sur l'ensemble $\left\{\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\right\}$. Que vaut la fonction de répartition de X en $1/3$?

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 1

4 Dix pourcents des étudiants de ZZ1 ont les yeux bleus. On tire au hasard des étudiants (avec remise) jusqu'à tomber sur quelqu'un ayant les yeux bleus. Soit X le nombre de tirages nécessaires pour tomber sur cette première personne ayant les yeux bleus. Quelle est la loi de X ?

☐ Poisson ☐ Hyper-géométrique ☐ Binômiale ☐ Pascal ☐ Bernoulli

5 Cinq amis vont boire un verre en terrasse. Deux d'entre eux commandent une bière, deux autres commandent un coca cola et le cinquième commande un jus de fruit. Le serveur se souvient bien des boissons mais ne se souvient pas de qui les a commandées. Il place donc au hasard chacune des cinq boissons devant chacun des cinq clients. Quelle est la probabilité pour que soit servie à chacun la boisson qu'il a commandée ?

☐ $\frac{1}{1024}$ ☐ $\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{1}{120}$ ☐ $\frac{1}{30}$ ☐ $\frac{4}{3125}$

6 On dispose de 4 boules, 2 rouges et 2 noires, que l'on dispose au hasard dans trois boîtes (suffisamment grandes pour contenir éventuellement les 4 boules). Quelle est la probabilité pour que les boules de même couleur se retrouvent dans la même boîte (c'est-à-dire, les 2 boules rouges dans une boîte, les 2 boules noires dans une autre boîte, et une troisième boîte qui est donc vide) ?

☐ $\frac{3}{32}$ ☐ $\frac{4}{27}$ ☐ $\frac{1}{27}$ ☐ $\frac{8}{27}$ ☐ $\frac{2}{27}$

7 Dans une population de surmulots, deux anomalies génétiques A_1 et A_2 apparaissent de manière indépendante avec des probabilités d'occurrence toutes deux égales à $\frac{1}{10}$. Cependant, lorsque les surmulots sont affectés par une maladie M, ces deux anomalies sont systématiquement présentes. La probabilité d'occurrence de la maladie M dans l'ensemble de la population est de $\frac{1}{1000}$.
Sachant qu'un surmulot présente les deux anomalies A_1 et A_2, quelle est la probabilité qu'il soit affecté par la maladie M ?

☐ $\frac{1}{1000}$ ☐ $\frac{1}{100}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{10}$ ☐ $\frac{1}{100\,000}$

8 8 personnes s'assoient au hasard autour d'une table ronde. Cinq sont des étudiants et les 3 autres sont des enseignants. Quelle est la probabilité pour qu'aucun étudiant ne soit encadré par deux enseignants ?

☐ $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{16}{35}$ ☐ $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{2}{7}$ ☐ $\frac{1}{4}$

9 On considère quatre évènements mutuellement indépendants A, B, C et D de probabilités respectives $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{3}$ et $P(D) = \frac{2}{3}$.
Que vaut $P\big((C \cap D \cap \overline{A \cap B}) \cup (D \cap \overline{A \cup B \cup C})\big)$?

☐ $\frac{7}{27}$ ☐ $\frac{7}{36}$ ☐ $\frac{2}{9}$ ☐ $\frac{5}{18}$ ☐ $\frac{1}{3}$

10 Une urne contient six dés. Cinq d'entre eux ne sont pas truqués ($P(1) = P(2) = ... = P(6) = \frac{1}{6}$) et l'un d'entre eux est truqué de telle façon que $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = \frac{1}{12}$ et $P(5) = P(6) = \frac{1}{3}$. On tire au hasard deux dés dans cette urne et on les lance.
Que vaut la probabilité pour que la somme des deux lancers soit égale à 10 ?

☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{7}{72}$ ☐ $\frac{7}{36}$ ☐ $\frac{11}{36}$ ☐ $\frac{1}{4}$

QCM Novembre 2022 - Probabilités (ISIMA)

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit X une variable aléatoire de support $X(\Omega) = \{1, 2, 3\}$ et telle que $P(X = 1) = 1/2, P(X = 2) = 1/4, P(X = 3) = 1/4$. Que vaut l'écart-type de X ?

☐ $\frac{11}{16}$ ☐ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{15}}{2}$ ☐ $\frac{15}{4}$ ☐ $\frac{\sqrt{11}}{4}$ ☐ $\frac{7}{4}$

2 Soit X une loi géométrique de paramètre $1/3$. Que vaut $P(X = 3)$?

☐ 0 ☐ $\frac{2}{27}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{4}{27}$ ☐ $\frac{2}{3}$

3 Trois évènements A_1, A_2 et A_3 forment une partition de l'univers et ont pour probabilités $P(A_1) = \frac{1}{2}$, $P(A_2) = \frac{1}{4}$ et $P(A_3) = \frac{1}{4}$. Soit un évènement B tel que $P_{A_1}(B) = \frac{1}{4}$, $P_{A_2}(B) = \frac{1}{2}$ et $P_{A_3}(B) = 0$. Que vaut $P(B)$?

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{3}{4}$

4 Soit X une variable aléatoire uniforme sur l'ensemble $\{1, 3, 5, 6, 7\}$. Que vaut la fonction de répartition de X en 4 ?

☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{2}{7}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 0

5 Quatre hommes et deux femmes veulent former deux équipes de trois personnes en formant les équipes au hasard. Quelle est la probabilité pour que les deux femmes se retrouvent dans la même équipe ?

☐ $\frac{1}{15}$ ☐ $\frac{1}{48}$ ☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{3}$

6 Anaïs a une semaine de vacances et part voir sa soeur à Biarritz. Il y a une chance sur deux pour qu'il lui reste du temps pour aller voir son amie Sarah à Toulouse, sinon, elle rentre à Paris. Si elle va à Toulouse, il y a une chance sur trois pour qu'il lui reste encore un peu de temps pour aller voir son amie Estelle à Lyon, une chance sur trois pour qu'elle choisisse plutôt d'aller voir ses parents à Clermont-Ferrand et une chance sur trois pour qu'elle n'ait plus de temps et qu'elle soit obligée de rentrer à Paris. Enfin, si elle a le temps de passer à Lyon, il n'y a qu'une chance sur quatre pour qu'elle ait le temps de passer voir ses parents à Clermont-Ferrand. Quelle est la probabilité pour qu'Anaïs passe voir ses parents durant cette semaine de vacances ?

☐ $\frac{5}{24}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{13}{12}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{5}{12}$

7 Trois personnes se répartissent au hasard dans quatre salles. Quelle est la probabilité pour qu'exactement deux salles soient occupées ?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{9}{16}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{3}{32}$

8 Quelle est la probabilité pour que la somme des lancers de trois dés non truqués soit égale à 9 ?

☐ $\frac{25}{216}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{36}$ ☐ $\frac{1}{16}$ ☐ $\frac{1}{12}$

9 Dans un pays, un quart de la population habite à la campagne et le reste dans une ville. On tire 5 individus au hasard dans cette population. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 individus venant de la ville ?

☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{49}{256}$ ☐ $\frac{45}{1024}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{135}{512}$

10 Une urne U_1 contient 3 boules blanches et 2 boules noires. Une urne U_2 contient 2 boules blanches et 1 boule noire. On choisit au hasard entre U_1 et U_2 et, de cette urne, on tire, sans remise, deux boules blanches. Quelle est la probabilité que ces deux boules aient été tirées de l'urne U_1 ?

☐ $\frac{9}{19}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{10}{11}$ ☐ $\frac{81}{181}$ ☐ $\frac{3}{5}$

11 Huit magiciens s'assoient autour d'une table ronde. Quatre sont des magiciens blancs et les quatre autres des magiciens noirs. Ils s'assoient au hasard autour de la table. Quelle est la probabilité pour qu'aucun magicien blanc ne soit encadré par deux magiciens noirs ?

☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{2}{7}$ ☐ $\frac{16}{35}$ ☐ $\frac{4}{7}$

12 Dans une ville donnée, la probabilité de se faire voler sa carte bancaire est p_V. Une personne de cette ville se présente devant un distributeur de billets de banque avec une carte bancaire. Pour obtenir de l'argent, il faut taper un code de quatre chiffres compris entre 0 et 9. Si le code tapé ne correspond pas au code de la carte, il faut recommencer la saisie du code. Si la carte bancaire lui appartient, la personne connaît le code, mais, à chaque fois qu'elle appuie sur une touche, elle a une probabilité p_e de faire une erreur. En revanche, si la carte bancaire ne lui appartient pas, elle tape un code en appuyant sur les touches au hasard. Sachant que le bon code a finalement été tapé au troisième essai, quelle est la probabilité pour que la personne qui l'a tapé soit bien le propriétaire de la carte ?

☐ $(1-(1-p_e)^4)^2(1-p_e)^4$ ☐ $\dfrac{1}{1+\dfrac{(1-10^{-4})^2 10^{-4} p_V}{(1-(1-p_e)^4)^2(1-p_e)^4(1-p_V)}}$ ☐ $1-p_V$

☐ $\dfrac{p_e^2(1-p_e)(1-p_V)}{p_e^2(1-p_e)(1-p_V)+10^{-8}(1-10^{-4})p_V}$ ☐ $\dfrac{(1-p_e^4)^2 p_e^4(1-p_V)}{(1-p_e^4)^2 p_e^4(1-p_V)+(1-10^{-4})^2 10^{-4} p_V}$

QCM Novembre 2021 - Probabilités (ISIMA)

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

$\longleftarrow$ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soient A et B deux évènements tels que $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$ et $P(A \cap B) \neq 0$. On a $P_A(B) = P_B(A)$ si et seulement si

☐ $P(A) = P(B)$ ☐ A et B sont indépendants ☐ A et B sont incompatibles
☐ A et B sont certains ☐ $A = B$

2 Dans un pays européen, la probabilité d'être vacciné contre le COVID est de 0.8. On tire 5 personnes au hasard dans la population de ce pays. Quelle est la probabilité qu'exactement 2 personnes soient vaccinées parmi les 5 personnes interrogées ?

☐ $\frac{192}{12500}$ ☐ $\frac{32}{625}$ ☐ $\frac{16}{625}$ ☐ $\frac{1}{20}$ ☐ $\frac{96}{12500}$

3 Soit X suivant une loi de Bernoulli de paramètre $p = 0.3$. Que vaut $P((X+1)^2 = 2)$?

☐ 0.7 ☐ 0 ☐ 1 ☐ 0.5 ☐ 0.3

4 Soit X une variable aléatoire telle que $P(X=1) = \frac{1}{2}, P(X=2) = \frac{1}{3}, P(X=3) = \frac{1}{6}$. Que vaut la variance de X ?

☐ $\frac{55}{100}$ ☐ $\frac{11}{25}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{5}{9}$ ☐ $\frac{27}{50}$

5 Soit X une variable aléatoire discrète et uniforme sur $[\![-3, 4]\!]$. On note F_X sa fonction de répartition. Que vaut $F_X(1)$?

☐ $\frac{5}{7}$ ☐ $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{7}$

6 Un jeu d'éveil pour bébés est constitué de 6 pièces à placer dans 6 emplacements. Il y a 2 pièces carrées, 3 pièces circulaires et 1 pièce triangulaire. Il y a par ailleurs 2 emplacements carrés, 3 emplacements circulaires et 1 emplacement triangulaire. Une pièce ne rentre que dans un emplacement de même forme. Lors de son premier essai, le bébé place les pièces au hasard. Quel est la probabilité pour qu'il arrive à mettre toutes les pièces dans des emplacements de forme adaptée ?

☐ $\frac{5}{720}$ ☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{1}{720}$ ☐ $\frac{1}{120}$ ☐ $\frac{1}{60}$

7 Une urne contient 5 boules blanches, 5 boules vertes, 5 boules rouges, 5 boules bleues et 5 boules noires. On tire sans remise 5 boules de cette urne. Quelle est la probabilité pour que, sur ces 5 boules, il y en ait 3 qui soient de la même couleur ?

☐ $\frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{19}{20}$ ☐ $\frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$ ☐ $\frac{\binom{5}{3}\binom{20}{2}}{\binom{25}{5}}$ ☐ $\frac{5\binom{5}{3}\binom{20}{2}}{\binom{25}{5}}$ ☐ $\frac{5\binom{5}{3}\binom{5}{2}}{\binom{25}{5}}$

8 On dispose de quatre urnes U_1, U_2, U_3 et U_4, contenant chacune 4 boules : U_1 contient 4 boules numérotées 1, 2, 3 et 4 ; U_2 contient 4 boules numérotées 2, 2, 3 et 4 ; U_3 contient 4 boules numérotées 3, 3, 3 et 4 ; enfin, U_4 contient 4 boules qui sont toutes numérotées 4. On choisit une urne au hasard et dans celle-ci on prend deux boules. Quelle est la probabilité que ces deux boules aient le même numéro ?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{5}{6}$

9 On tire un dé à 6 faces plusieurs fois de suite jusqu'à avoir obtenu deux 6 parmi tous les tirages. On note Y le nombre de lancers nécessaires. Que vaut $P(Y \geq 4)$?

☐ $\frac{11}{12}$ ☐ $\frac{25}{27}$ ☐ $\frac{8}{9}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{15}{36}$

10 On dispose de trois urnes U_1, U_2 et U_3, contenant chacune 4 boules : U_1 contient 4 boules numérotées 1, 2, 3 et 4 ; U_2 contient 4 boules numérotées 2, 3, 4 et 5 ; U_3 contient 4 boules numérotées 3, 4, 5 et 6. On choisit une urne au hasard et dans celle-ci on prend une boule. Sachant que le numéro de cette boule est supérieur ou égal à 4, quelle est la probabilité que l'urne choisie ne soit pas l'urne 1 ?

☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{5}{6}$

11 Soient A, B, C et D quatre évènements tels que $P(C) = \frac{1}{2}$, $P_C(D) = \frac{1}{3}$, $P_{B\cap C\cap D}(A) = \frac{2}{3}$ et $P(A\cap B\cap C\cap D) = \frac{1}{12}$. Que vaut $P_{C\cap D}(B)$?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM 1 - Probabilités (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barème. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit X une variable aléatoire géométrique de paramètre $\frac{1}{2}$. Que vaut $P(X \geq 4)$?

☐ $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{16}$ ☐ $\frac{15}{16}$ ☐ $\frac{1}{8}$

2 Soit une variable aléatoire X telle que $P(X = -1) = \frac{1}{6}$, $P(X = 0) = \frac{1}{3}$, $P(X = 2) = \frac{1}{2}$. Que vaut la variance de X ?

☐ $\frac{25}{36}$ ☐ $\frac{13}{6}$ ☐ $\frac{53}{36}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 2

3 Soit X une variable aléatoire distribuée suivant une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0.5$. Donner $X(\Omega)$.

☐ L'ensemble des entiers relatifs ☐ [0,10] ☐ $\{0, 1, \cdots, 10\}$ ☐ {0,10} ☐ L'ensemble des entiers positifs ☐ (0,10)

4 Soit X une variable aléatoire uniforme avec $X(\Omega) = \{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}$. On note F sa fonction de répartition. Que vaut $F(2)$?

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{5}{6}$

5 Une urne contient 3 boules rouges et 3 boules vertes. On tire 4 boules de l'urne, avec remise. Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges et deux boules vertes ?

☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{1}{9}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{1}{2}$

6 On lance 6 dés (à 6 faces). Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 dés pairs et 3 dés impairs ?

☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{5}{16}$

7 Une urne contient 3 boules rouges et 3 boules vertes. On tire 4 boules de l'urne, sans remise. Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges et deux boules vertes ?

☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{9}$ ☐ $\frac{3}{8}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{1}{2}$

8 On lance une pièce (non truquée) 10 fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois face au cours des 5 premiers lancers ?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{31}{32}$ ☐ $\frac{15}{16}$ ☐ $\frac{1}{2}$

9 Une urne contient 3 boules rouges et 3 boules vertes. On tire sans remise deux boules et on obtient deux couleurs (éventuellement identiques) c_1 et c_2. On remet ces deux boules dans l'urne, puis on tire à nouveau deux boules sans remise et on obtient deux couleurs c_3 et c_4.
Quelle est la probabilité que l'une des couleurs c_3 ou c_4 soit la même que c_1 ou c_2 (par exemple, si $c_1 = c_2 =$ "vert", que $c_3 =$ "vert" ou $c_4 =$ "vert") ?

☐ $\frac{24}{25}$ ☐ $\frac{23}{25}$ ☐ $\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{21}{25}$ ☐ $\frac{2}{25}$

10 On dispose d'un dé non truqué et d'une urne contenant 3 boules rouges et 3 boules vertes. On lance le dé et on obtient un nombre n entre 1 et 6. On tire ensuite n boules de l'urne, sans remise. Sachant que les n boules tirées sont toutes de la même couleur, quelle est la probabilité que n soit égal à 1 ?

☐ 1 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{15}{23}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{3}$

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM novembre 2019 - Probabilités (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Dans un pays lointain, une personne sur 4 mesure plus d' 1m75. Trois personnes sont tirées au hasard dans la population de ce pays. Quelle est la probabilité qu'exactement deux de ces trois personnes mesurent plus d'1m75 ?

☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{5}{32}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{3}{64}$ ☐ $\frac{9}{64}$

2 Une urne contient 3 boules rouges, 4 boules vertes et 5 boules bleues. On tire trois boules sans remise. Sachant qu'elles sont toutes les trois de la même couleur, quelle est la probabilité pour qu'elles soient bleues ?

☐ $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{22}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ 1

3 Soit p la probabilité de désintégration d'une particule radioactive au cours d'une journée. Soit X la durée de vie d'une particule radioactive, exprimée en jours. Laquelle des affirmations suivantes est vraie.

☐ X suit une loi de Bernoulli de paramètre p
☐ X suit une loi de Bernoulli de paramètre $(1-p)$
☐ X suit une loi géométrique de paramètre $(1-p)$
☐ X suit une loi de Poisson de paramètre $(1-p)$
☐ X suit une loi géométrique de paramètre p
☐ X suit une loi de Poisson de paramètre p

4 Soit une variable aléatoire X telle que $P(X=0)=\frac{1}{4}, P(X=1)=\frac{1}{2}, P(X=2)=\frac{1}{4}$. Que vaut la variance de X ?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 1

5 Soit X une variable aléatoire uniforme avec $X(\Omega)=\{1,2,3\}$. On note F sa fonction de répartition. Que vaut $F(2)$?

☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 1 ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ 0

6 Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli de paramètre 1/4. Que vaut l'espérance de X ?

☐ -$\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{4}$

7 Trois évènements A_1, A_2 et A_3 sont équiprobables et forment une partition de l'univers. Soit un évènement B tel que $P_{A_1}(B) = \frac{1}{4}$, $P_{A_2}(B) = \frac{1}{2}$ et $P_{A_3}(B) = 0$. Que vaut $P(B)$?

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ 1

8 Un jeu peut-être réussi par une personne sur huit parmi celles qui essayent pour la première fois, une sur quatre parmi celles qui essayent une deuxième fois (donc après avoir échoué la première fois) et une sur deux parmi celles qui essayent une troisième fois (donc après avoir échoué les deux premières fois). Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard réussisse ce jeu au bout de trois tentatives exactement (c'est-à-dire après avoir échoué aux deux premières) ?

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{21}{64}$ ☐ $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{43}{64}$

9 Une urne contient 6 boules : trois boules sont numérotées 1, 2 et 3 tandis que les trois boules restantes sont numérotées 0 (les numéros des 6 boules sont donc 1, 2, 3, 0, 0 et 0). On tire deux boules sans remise. Quelle est la probabilité pour que les deux numéros soient distincts ?

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{30}$ ☐ $\frac{2}{5}$

10 Un sac contient des balles colorées qui peuvent être soit de couleur unie (rouge, verte ou bleue), soit bicolores (rouges et vertes, rouges et bleues ou vertes et bleues), soit tricolores (rouges, vertes et bleues). Une balle sur deux comporte du rouge (c'est à dire qu'elle peut être uniquement rouge, ou bien rouge et verte, ou bien rouge et bleue, ou bien tricolore). De même, une balle sur deux comporte du vert et une balle sur deux comporte du bleu. Une balle sur six comporte au moins du rouge et du vert (c'est-à-dire qu'elle peut-être soit bicolore rouge et verte, soit tricolore). De même, une balle sur six comporte au moins du rouge et du bleu et une balle sur six comporte au moins du vert et du bleu. On tire du sac une balle au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit tricolore ?

☐ $\frac{1}{12}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ 0

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM Avril 2024 - Probabilités (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit un vecteur aléatoire discret $V = (X, Y)$ tel que $P(X = 0, Y = 1) = P(X = 1, Y = 0) = P(X = 1, Y = 1) = \frac{1}{3}$. Que vaut le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y ?

☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $-\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{9}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{1}{3}$

2 Soit X et Y deux variables aléatoires non corrélées linéairement. Laquelle de ces affirmations est vraie.

☐ Le coefficient de corrélation vaut 1 ou -1 ☐ Le coefficient de corrélation est non nul
☐ La covariance est non nulle ☐ X et Y sont indépendantes
☐ Aucune de ces réponses n'est correcte

Dans toute la suite du QCM, on considèrera un vecteur aléatoire continu $V = (X, Y)$ uniforme sur $V(\Omega) = [\frac{1}{2}, 1]^2 \cup [1, 2]^2$, c'est-à-dire la réunion du carré $[\frac{1}{2}, 1] \times [\frac{1}{2}, 1]$ et du carré $[1, 2] \times [1, 2]$. La densité de V vaut $\frac{4}{5}$ sur $V(\Omega)$.

3 Que vaut $P\left(V \in [\frac{1}{2}, 1]^2\right)$?

☐ $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{9}$ ☐ 0

4 Que vaut, sur son support, la fonction de densité f_X de la loi marginale X ?

☐ $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{5} \text{ pour } x \in [\frac{1}{2}, 1] \\ \frac{4}{5} \text{ pour } x \in [1, 2] \end{cases}$ ☐ $f_X(x) = \frac{2}{3}$ pour $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ ☐ $f_X(x) = \begin{cases} 1 \text{ pour } x \in [\frac{1}{2}, 1] \\ \frac{1}{2} \text{ pour } x \in [1, 2] \end{cases}$
☐ La variable X n'étant pas continue, elle n'admet pas de fonction de densité.
☐ $P(X = \frac{1}{2}) = P(X = 1) = P(X = 3) = \frac{1}{3}$

5 En notant F_X la fonction de répartition de la loi marginale X, que vaut $F_X(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$?

- ☐ $\dfrac{3}{5}$
- ☐ $\dfrac{2}{3}$
- ☐ $\dfrac{3}{2}$
- ☐ 1
- ☐ 0

6 Que vaut l'espérance de la loi marginale X ?

- ☐ $E(X) = \dfrac{27}{20}$
- ☐ $E(X) = \dfrac{31}{20}$
- ☐ $E(X) = \dfrac{5}{4}$
- ☐ 1
- ☐ $E(X) = \dfrac{7}{6}$

7 Laquelle de ces affirmations est vraie ?

- ☐ La fonction de répartition de X est continue
- ☐ La fonction de densité de X est continue
- ☐ La fonction de densité de V est continue
- ☐ La fonction de densité de Y est continue
- ☐ Aucune de ces réponses n'est correcte

8 Que vaut $E\left(\dfrac{1}{X}\right)$?

- ☐ $\dfrac{6\ln 2}{5}$
- ☐ $\dfrac{2\ln 2}{5}$
- ☐ $\dfrac{20}{27}$
- ☐ $\dfrac{20}{31}$
- ☐ $\dfrac{4\ln 2}{3}$
- ☐ Elle n'existe pas

9 Quelle est la loi de $W = \left(\dfrac{1}{X}, \dfrac{1}{Y}\right)$?

- ☐ $f_W(z,t) = \dfrac{4}{5z^2t^2}$ pour $(z,t) \in [\frac{1}{2}, 1]^2 \cup [1,2]^2$
- ☐ $f_W(z,t) = \begin{cases} \frac{16}{25z^2t^2} & \text{pour } (z,t) \in [\frac{1}{2},1]^2 \\ \frac{4}{25z^2t^2} & \text{pour } (z,t) \in [1,2]^2 \end{cases}$
- ☐ $f_W(z,t) = \dfrac{4}{5}$ pour $(z,t) \in [\frac{1}{2}, 1]^2 \cup [1,2]^2$
- ☐ $f_W(z,t) = \dfrac{5}{4}$ pour $(z,t) \in [0,1]^2 \cup [1, \frac{3}{2}]^2$
- ☐ $f_W(z,t) = \dfrac{4}{5z^2t^2}$ pour $(z,t) \in [0,1]^2 \cup [1, \frac{3}{2}]^2$

10 Que vaut $\mathrm{cov}(X,Y)$?

- ☐ $\dfrac{9}{100}$
- ☐ 0
- ☐ $-\dfrac{49}{100}$
- ☐ $\dfrac{73}{80}$
- ☐ $-\dfrac{129}{400}$

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM Avril 2023 - Probabilités (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur aléatoire continu uniforme sur le support $V(\Omega) = [0, 2] \times [0, 3]$. Que vaut $P(X^2 + Y^2 \leq 2)$?

☐ $\frac{\pi}{6}$ ☐ $\frac{12}{\pi}$ ☐ $\frac{6}{\pi}$ ☐ $\frac{\pi}{3}$ ☐ $\frac{\pi}{12}$ ☐ Autre réponse

2 Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires discrètes avec $P(X = 0, Y = 0) = \dfrac{1}{8}$, $P(X = 1, Y = 0) = \dfrac{3}{8}$, $P(X = 0, Y = 1) = \dfrac{3}{8}$, $P(X = 1, Y = 1) = \dfrac{1}{8}$. Que vaut la covariance de X et Y ?

☐ $\dfrac{1}{8}$ ☐ 0 ☐ $\dfrac{1}{16}$ ☐ $\dfrac{3}{8}$ ☐ $-\dfrac{1}{8}$

3 Soient X et Y deux variables aléatoires continues indépendantes. Soit $Z = X + Y$. Que vaut $f_Z(z)$ (valeur de la densité de Z en z) ?

☐ $\int_{X(\Omega)} f_Y(y) f_X(z - y)\, dy$ ☐ $\int_{-\infty}^{z} f_X(x)\, dx \times \int_{-\infty}^{z} f_Y(y)\, dy$ ☐ $\int_{Y(\Omega)} f_X(x) f_Y(z - x)\, dx$
☐ $\int_{X(\Omega)} f_Y(z - x) f_X(x)\, dx$ ☐ Autre réponse

4 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur aléatoire continu de densité $f_V(x, y) = x + y$ sur le support $V(\Omega) = [0, 1]^2$. On note F_V la fonction de répartition du vecteur V. Que vaut $F_V(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$?

☐ $\dfrac{3}{4}$ ☐ 1 ☐ $\dfrac{3}{8}$ ☐ $F_V(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ n'est pas définie ☐ 2 ☐ $+\infty$

5 Soit X une variable gaussienne centrée réduite et $Y = -X$. Que vaut $\mathrm{Cov}(X, Y)$?

☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 0 ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ 1 ☐ -1 ☐ $-\frac{2}{3}$

6 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur continu de densité $f_V(x, y) = x + y$ sur le support $[0, 1]^2$ et $W = (\ln X, \ln Y)$. La fonction de densité de W est $f_W(u, v) =$

☐ $\ln u + \ln v$ sur $W(\Omega) = [0, 1]^2$ ☐ $e^u + e^v$ sur $W(\Omega) = (\mathbb{R}_-)^2$ ☐ $(e^u + e^v)e^{uv}$ sur $W(\Omega) = (\mathbb{R}_-)^2$ ☐ $e^u + e^v$ sur $W(\Omega) = [0, 1]^2$ ☐ $e^{2u+v} + e^{u+2v}$ sur $W(\Omega) = (\mathbb{R}_-)^2$

7 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur aléatoire continu de densité $f_V(x, y) = \frac{5}{32}x^2\sqrt{\frac{x}{y}}$ sur le support $V(\Omega) = [0, 2]^2$. Que vaut $\mathrm{Cov}(X, Y)$?

☐ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ 0 ☐ $\frac{2}{5\sqrt{2}}$

8 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur aléatoire continu de densité $f_V(x, y) = \frac{3}{2}xy$ sur le support $V(\Omega) = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2$ tel que $x + y \leq 2\}$. Que vaut $P(X \leq 1)$?

☐ $\dfrac{11}{8}$ ☐ $\dfrac{3}{4}$ ☐ $\dfrac{11}{16}$ ☐ $\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{9}{16}$

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM MAI 2022 - PROBABILITÉS (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes telles que $E(XY) = E(X)E(Y)$. Que peut-on conclure ?

☐ X et Y ne sont pas indépendantes ☐ X et Y sont indépendantes
☐ X et Y ne sont pas corrélées linéairement ☐ X et Y sont corrélées linéairement
☐ X et Y ne sont pas indépendantes et ne sont pas corrélées linéairement ☐ Autre réponse

2 Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires avec $P(X = 0, Y = 0) = \dfrac{2}{10}$, $P(X = 1, Y = 0) = \dfrac{1}{10}$, $P(X = 0, Y = 1) = \dfrac{3}{10}$, $P(X = 1, Y = 1) = \dfrac{4}{10}$. Que vaut la covariance de X et Y ?

☐ $\dfrac{3}{20}$ ☐ 0 ☐ $-\dfrac{3}{20}$ ☐ $-\dfrac{1}{20}$ ☐ $\dfrac{1}{20}$

3 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur continu de densité $f_V(x, y) = k(x^2 + 2y^3)$ sur le support $[0, 1]^2$. Que vaut la constante k ?

☐ $\frac{6}{5}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{12}{7}$

4 Soit X et Y deux variables aléatoires telles que $Y = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}X$. Que vaut le coefficient de corrélation linéaire de X et Y ?

☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ 1 ☐ 0 ☐ -1 ☐ $\frac{1}{2}$

5 Soient X et Y deux variables aléatoires continues indépendantes. Soit $Z = X + Y$. Que vaut $f_Z(z)$ (valeur de la densité de Z en z) ?

☐ $\int_{-\infty}^{z} f_X(x)\,dx \times \int_{-\infty}^{z} f_Y(y)\,dy$ ☐ $\int_{X(\Omega)} f_X(z-y)f_Y(y)\,dy$ ☐ $\int_{Y(\Omega)} f_X(z-y)f_Y(y)\,dy$ ☐ $\int_{Y(\Omega)} f_X(x)f_Y(z-x)\,dx$ ☐ Autre réponse

6 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur continu de densité $f_V(x, y) = \frac{2ye^{-x}}{x^2}$ sur le support $\{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : y < x\}$. La densité de la composante X est $f_X(x) =$

☐ $\frac{1}{x}$ ☐ $2x\int_{x}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x^2}dx$ ☐ e^{-x} ☐ $\frac{2e^{-x}}{x^2}$ ☐ $\frac{e^{-x}}{x^2}$

7 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur uniforme dont le support est le quadrilatère de sommets de coordonnées $(1, 1)$, $(3, 3)$, $(5, 3)$ et $(5, -3)$. Que vaut $P(Y \geq 1)$?

☐ $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$

8 Soit V un vecteur continu uniforme sur le support $\{(x, y) \in \mathbb{R}_+^2 : x+y \leq 1\}$ et soit F_V la fonction de répartition de V. Que vaut $F_V\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$?

☐ 0 ☐ $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{9}{16}$ ☐ 1

9 Rappelons tout d'abord que la densité d'une loi exponentielle de paramètre λ est $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ et que son support est $V(\Omega) = \mathbb{R}_+$. Soit X et Y des variables aléatoires indépendantes suivant des lois exponentielles de paramètres respectifs 3 et 2. Soit $Z = X + Y$ et f_Z la densité de Z. Que vaut $f_Z(1)$?

☐ $6(e^{-2} - e^{-3})$ ☐ $6e^{-2}(1 - e^{-3})$ ☐ $6e^{-3}$ ☐ $6e^{-3}(1 - e^{-2})$ ☐ $6e^{-2}$

10 Soit $V = (X, Y)$ un vecteur continu de densité $f_V(x, y) = x + y$ sur le support $[0, 1]^2$ et $W = \left(\sqrt{X}, \sqrt{Y}\right)$. La fonction de densité de W est $f_W(u, v) =$

☐ $\frac{3}{2}\left(u^2 + v^2\right)$ ☐ $\frac{3}{4}\left(\sqrt{u} + \sqrt{v}\right)$ ☐ $\sqrt{u} + \sqrt{v}$ ☐ $u^2 + v^2$ ☐ $4uv(u^2 + v^2)$

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

QCM MARS 2021 - PROBABILITÉS (ISIMA)

⟵ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu et uniforme sur $V(\Omega) = [0;1] \times [0;1]$. Soit F_V la fonction de répartition de V. Que vaut $F_V\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$?

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{8}{9}$ ☐ 0 ☐ 1 ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{3}$ ☐ $\frac{2}{3}$

2 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu de support $V(\Omega) = [0,1]^2$ et de densité conjointe $f(x, y) = 4xy$. Que vaut $E\left[\frac{Y}{X}\right]$?

☐ $\frac{4}{3}$ ☐ Elle n'existe pas ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 1 ☐ $\frac{2}{3}$

3 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu et uniforme sur $V(\Omega) = [2;4] \times [1;3]$. Soit $R = [1;3] \times [2;4]$. Quelle est la probabilité que $V \in R$?

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ 0 ☐ 1 ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$

4 Soit X et Y des variables aléatoires indépendantes suivant une loi uniforme sur $[0,1]$. Notons $Z = X + Y$. Que vaut $P\left(Z < \frac{3}{2}\right)$?

☐ $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{4}$

5 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu de support $V(\Omega) = [2;4] \times [1;3]$ et de densité conjointe $f(x, y) = k(x + y)$ où k est un réel. Que vaut k ?

☐ $\frac{1}{19}$ ☐ $\frac{1}{21}$ ☐ $\frac{1}{20}$ ☐ $\frac{1}{22}$ ☐ $\frac{1}{18}$

6 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ discret et uniforme sur

$$V(\Omega) = \{(-3, 1), (-1, 2), (-1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, -1)\}$$

Que vaut $\mathrm{cov}(X, Y)$?

☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{7}{6}$ ☐ $\frac{7}{2}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{1}{6}$ ☐ $-\frac{11}{6}$

7 Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes de supports respectifs $X(\Omega) = \mathbb{N} \cup \{-1\}$ et $Y(\Omega) = \mathbb{N}^*$. Soit $Z = X + Y$. On a $P(Z = z) = \ldots$

☐ $\sum_{k=-1}^{z} P(Y = k)\, P(X = z - k)$ ☐ $\sum_{k=1}^{z-1} P(Y = k)\, P(X = z - k)$

☐ $\sum_{k=0}^{z} P(Y = k)\, P(X = z - k)$ ☐ $\sum_{k=1}^{z+1} P(Y = k)\, P(X = z - k)$

☐ $\sum_{k=-1}^{z-1} P(Y = k)\, P(X = z - k)$ ☐ $\sum_{k=-1}^{z+1} P(Y = k)\, P(X = z - k)$

8 Rappelons tout d'abord que la densité d'une loi exponentielle de paramètre λ est $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ et que son support est $V(\Omega) = \mathbb{R}^+$. Soit X et Y des variables aléatoires indépendantes suivant des lois exponentielles de paramètres respectifs 2 et 1. Soit $Z = X + Y$ et f_Z la densité de Z. Que vaut $f_Z(1)$?

☐ $e^{-1} - e^{-2}$ ☐ e^{-2} ☐ $2(e^{-1} - e^{-2})$ ☐ $2e^{-1}$ ☐ e^{-1} ☐ $2e^{-2}$

9 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu de support $V(\Omega) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ : x + y \leq 1\}$ et de densité conjointe $f(x, y) = ke^{-(x+y)}$ où e désigne la constante de Neper ($e \simeq 2.718$) et k est une constante. Que vaut la constante k ?

☐ $\frac{1}{e-2}$ ☐ $\frac{e}{e-2}$ ☐ $\frac{1}{e-1}$ ☐ e ☐ $\frac{1}{e}$ ☐ $\frac{e}{e-1}$

10 Soit un vecteur aléatoire $V = (X, Y)$ continu et uniforme sur $V(\Omega) = \{(x, y) \in [0; 1]^2 : x > y\}$.
Que vaut $\mathrm{cov}(X, Y)$?

☐ $\frac{17}{36}$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{36}$ ☐ $\frac{5}{72}$ ☐ $-\frac{7}{36}$ ☐ $\frac{5}{36}$ ☐ $-\frac{1}{36}$

QCM Avril 2019 - Probabilités (ISIMA)

☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0 ☐0
☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1 ☐1
☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2 ☐2
☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3 ☐3
☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4 ☐4
☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5 ☐5
☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6 ☐6
☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7 ☐7
☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8 ☐8
☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9 ☐9

$\longleftarrow$ Codez votre identifiant étudiant à 8 chiffres ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom DANS le cadre ci-dessous.

Nom et prénom :

....

....

Comment cocher une case ? *Noircir les cases ainsi : ■. Il est recommandé de cocher les cases dans un 1er temps avec un crayon papier sans trop appuyer et de noircir les cases à la fin avec un stylo noir, bleu foncé. Vous pourrez ainsi gommer d'éventuelles erreurs. NE PAS UTILISER DE FEUTRE.*

Que faire en cas d'erreur ? *Si vous deviez modifier un choix, NE PAS chercher à redessiner la case cochée par erreur, mettez simplement "un coup de blanc" sur toute la case concernée.*

Barême. *Une seule bonne réponse par question. 1 pt si réponse correcte cochée, -0.25 pt si 1 mauvaise réponse, 0 point si aucune case cochée (ou strictement plus d'une case cochée).*

1 Soit V un vecteur uniforme discret sur le support $V(\Omega) = \{(i,j) \in [\![1,10]\!]^2 \text{ tels que } j \leq i\}$. Pour $(i,j) \in V(\Omega)$, que vaut $P(V = (i,j))$?

☐ $\frac{1}{10}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{100}$ ☐ $\frac{1}{50}$ ☐ $\frac{1}{55}$ ☐ $\frac{1}{45}$

2 Soit (X,Y) un couple de variables aléatoires avec $P(X=1,Y=3) = \dfrac{1}{20}$, $P(X=1,Y=4) = \dfrac{1}{5}$, $P(X=2,Y=3) = \dfrac{3}{20}$, $P(X=2,Y=4) = \dfrac{3}{5}$. Que peut-on conclure ?

☐ X et Y sont indépendantes ☐ X et Y sont corrélées linéairement
☐ X et Y ne sont pas indépendantes ☐ $E(XY) \neq E(X)E(Y)$ ☐ Autre réponse

3 Soit (X,Y) un vecteur aléatoire discret uniforme défini sur le support $[\![-2,2]\!]^2 - \{(0,0)\}$. Une seule des phrases ci-dessous est vraie. Laquelle ?

☐ X et Y sont corrélées linéairement et ne sont pas indépendantes
☐ X et Y ne sont pas corrélées linéairement et ne sont pas indépendantes
☐ X et Y sont corrélées linéairement, mais elles sont indépendantes
☐ X et Y ne sont pas corrélées linéairement et sont indépendantes

4 Soit (X,Y) un couple de variables aléatoires de matrice de covariance $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Soit $U = X+Y$ et $V = X-Y$. Que vaut la covariance U et V ?

☐ 1 ☐ 0 ☐ -1 ☐ -2 ☐ 2

5 Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes telles que $E(XY) = E(X)E(Y)$. Que peut-on conclure ?

☐ X et Y sont indépendantes ☐ X et Y ne sont pas indépendantes
☐ X et Y ne sont pas corrélées linéairement ☐ X et Y sont corrélées linéairement
☐ Autre réponse

6 Soit (X,Y) un couple de variables aléatoires avec $P(X=0,Y=0)=\frac{1}{10}$, $P(X=1,Y=0)=\frac{2}{10}$, $P(X=0,Y=1)=\frac{3}{10}$, $P(X=1,Y=1)=\frac{4}{10}$. Que vaut la covariance de X et Y ?

☐ $-\frac{1}{5}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{2}{100}$ ☐ $\frac{17}{50}$ ☐ $-\frac{1}{10}$

7 Soient X et Y deux variables aléatoires. On lance un premier dé à 6 faces. Si le résultat x est pair, X prendra la valeur de x, sinon X prendra la valeur 0. On lance un second dé à 6 faces. Si le résultat y est impair, Y prendra la valeur de y, sinon Y prendra la valeur 0. Les deux lancers sont indépendants. Soit $Z=X+Y$. Que vaut $P(Z=5)$?

☐ 0 ☐ $\frac{1}{18}$ ☐ $\frac{2}{9}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{5}{36}$

8 Un vecteur aléatoire $V=(V_1,\cdots,V_m)$ est gaussien si toutes ses composantes sont ...

☐ des combinaisons linéaires de variables gaussiennes
☐ des variables aléatoires gaussiennes centrées réduites
☐ des variables aléatoires gaussiennes indépendantes ☐ des variables aléatoires gaussiennes
☐ autre réponse

9 Soient X et Y deux variables aléatoires continues indépendantes. Soit $Z=X+Y$. Que vaut $f_Z(z)$ (valeur de la densité de Z en z) ?

☐ $\int_{Y(\Omega)} f_X(z-y)f_Y(y)\,dy$ ☐ $\int_{X(\Omega)} f_X(z-y)f_Y(y)\,dy$ ☐ $\int_{Y(\Omega)} f_X(x)f_Y(z-x)\,dx$
☐ $\int_{-\infty}^{z} f_X(x)\,dx \times \int_{-\infty}^{z} f_Y(y)\,dy$ ☐ Autre réponse

10 Soit $V=(X,Y)$ un vecteur uniforme continu sur le support $V(\Omega)=\{(x,y)\in[0,4]^2 \text{ tels que } y\leq x\}$. Que vaut $P(X\leq 2)$?

☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{2}$